

LNF-62/34

L. Mango: STUDIO DEI PARAMETRI DI UNA STRUTTURA A FUNZIONI
SEPARATE CON FOCHEGGIAMENTO FORTE.

Nota interna: n° 134
3 Maggio 1962

LNF-62/34

Nota interna: n° 134

3 Maggio 1962

L. Mango: STUDIO DEI PARAMETRI DI UNA STRUTTURA A FUNZIONI SE
PARATE CON FOCHEGGIAMENTO FORTE.

La struttura del magnete di un anello di accumulazione deve soddisfare le condizioni seguenti:

- 1) orbita chiusa principale di forma definita: in particolare, nel nostro caso, deve essere costituita da archi di cerchio connessi da tratti rettilinei;
- 2) stabilità;
- 3) smorzamento, per effetto delle perdite per radiazione, dei tre modi di oscillazione delle particelle.

La condizione 1) impone una relazione tra il raggio di curvatura dei settori curvanti e la loro lunghezza complessiva; la 2) proibisce una serie di valori critici delle frequenze di betatrone radiale e verticale; la 3), sempre soddisfatta con focheggiamento debole, nel caso di focheggiamento forte invece limita i possibili rapporti delle lunghezze totali focheggiante e defocheggiante a un intervallo di valori che in prima approssimazione non dipende dagli indici di campo.

I parametri a disposizione per soddisfare le tre condizioni, cioè le lunghezze dei singoli settori e i gradien

ti di campo, sono in numero sufficiente per determinare numerose soluzioni per ogni fissata struttura magnetica.

I problemi della carica spaziale e dell'iniezione impongono a una struttura di macchina ulteriori condizioni più o meno stringenti.

L'effetto di carica spaziale dipende fortemente dalla frequenza verticale di betatrone ν_v : i calcoli eseguiti da M. Bassetti indicano una zona favorevole di frequenze verticali per ν_v poco maggiore di 2.

Il tipo di iniezione che sarà usato per Adone consiste in un deflettore magnetico con un campo di $\sim 1500-2000$ gauss, lunghezza ~ 1 m, raggio di curvatura ~ 11 m, che occuperà una delle sezioni diritte di Adone.

Il deflettore non può essere chiuso lateralmente, per non ostacolare il passaggio delle particelle che circolano nella ciambella: di conseguenza nella sezione diritta è presente il campo disperso del deflettore, che influisce sul moto delle particelle circolanti, sia su quelle iniettate da pochi giri, sia su quelle già accumulate. Al fine di ridurre questo effetto conviene porre il deflettore il più lontano possibile dall'orbita di equilibrio, sul piano radiale, ridurre l'altezza verticale che è legata alla costante di decremento del campo disperso, e inoltre avere una frequenza radiale di betatrone che renda massimo il numero di giri utili, cioè il numero di giri che una particella iniettata compie prima di interagire violentemente con il campo disperso.

Come conseguenza di questi effetti, i parametri di una macchina dovranno essere scelti in modo tale che le frequenze di betatrone si trovino in intervalli ben definiti, e che, inoltre, nel punto di iniezione sia massimo il fattore di forma delle oscillazioni di betatrone radiali e minimo quello delle verticali.

Tutte queste condizioni si realizzano facilmente

con una struttura a funzioni separate: con questo termine si intende il disaccoppiamento delle proprietà foccheggianti e delle proprietà di guida, le prime compito prevalentemente dei quadrupoli, le seconde di magneti curvanti a foccheggiamento debole indicati negli schemi con il simbolo B ('bending').

Sono state studiate le tre strutture seguenti, a funzioni separate^(x):

$$(A): \quad 0/2 \quad Q_F \quad Q_D \quad 2B \quad Q_D \quad Q_F \quad 0/2$$

$$(B): \quad 0/2 \quad Q_F \quad B \quad 2Q_D \quad B \quad Q_F \quad 0/2$$

$$(C): \quad 0/2 \quad B \quad Q_F \quad 2Q_D \quad Q_F \quad B \quad 0/2$$

con periodicità 8 e con indice di campo del magnete curvante $n = 0,5$.

Con questo valore dell'indice di campo risulta automaticamente soddisfatta la condizione 3) di smorzamento. Questo si può vedere facilmente esaminando le espressioni delle costanti di smorzamento radiale, verticale e di sincrotrone, nelle notazioni di C. Pellegrini⁽¹⁾:

$$\tau_R^{-1} = \frac{4,22 \cdot 10^{-6} E_s^3}{2 \rho_0} \left\{ \int \frac{ds}{\rho^2} - \int [1 - 2n(s)] \frac{\psi(s)}{\rho^3} ds \right\}$$

$$\tau_V^{-1} = \frac{4,22 \cdot 10^{-6} E_s^3}{2 \rho_0} \int \frac{ds}{\rho^2}$$

$$\tau_S^{-1} = 3 \tau_V^{-1} - \tau_R^{-1}$$

dove E_s è l'energia sincrona in MeV, ρ_0 la lunghezza dell'orbita chiusa sincrona, in metri; ρ il raggio di curvatura, in metri; s l'ascissa curvilinea, in metri; $\psi(s)$ lo spostamento, in centimetri, dell'orbita chiusa in corrispondenza a una variazione relativa dell'energia $\Delta E / E_s$ dell'1%. Le costanti di damping sono espresse in sec^{-1} .

(x) - Suggestite da F. Amman

Con la scelta $n = 0.5$, si ottiene

$$\tau_V = \tau_R = 2\tau_S = \left[\frac{4.22 \cdot 10^{-6} E_s^3}{2B_0} \int \frac{ds}{s^2} \right]^{-1}$$

dipendente dall'energia e dalle lunghezze, ma non dai gradienti dei quadrupoli ^(x).

Il secondo vantaggio di queste strutture è la possibilità di variare - entro limiti molto ampi - le frequenze di betatrone, variando soltanto i gradienti dei quadrupoli, pur mantenendo smorzati i tre tipi di oscillazioni: in questo modo si possono ottenere, per una macchina di dimensioni fissate, le frequenze più opportune ai fini dell'iniezione e della carica spaziale. Gli svantaggi di queste strutture di macchine sono di due tipi: in primo luogo, se si vuole contare su una sufficiente linearità del campo dei quadrupoli, questi non possono avere lunghezze inferiori a 40 cm e di conseguenza le dimensioni e il costo della macchina sono maggiori di quelli di una macchina tradizionale, almeno per energie basse; in secondo luogo sorge il problema pratico della costruzione di quadrupoli con grandi aperture, per l'iniezione, e con una struttura non convenzionale, per ridurre i fondi vicini alle sezioni delle esperienze.

Prima di discutere i risultati quantitativi dello studio delle strutture A), B), C), discuteremo le condizioni sull'andamento delle ampiezze di betatrone, dovute all'iniezione.

Il fascio di particelle, proveniente dall'acceleratore lineare, ha una distribuzione spaziale e angolare a priori valutabile, pertanto le particelle possono essere rappresentate per mezzo di punti dello spazio quadridimensionale iii

(x) - Ricordiamo che queste formule sono state ottenute nella approssimazione di trascurare le perdite di irraggiamento nei quadrupoli, ovvero di trascurare la curvatura della traiettoria nei quadrupoli rispetto a quella nei magneti.

delle coordinate orizzontale e verticale e dei relativi angoli (x, x', z, z') , ovvero mediante punti di due piani rappresentativi (x, x') , (z, z') , qualora si trascurino gli eventuali accoppiamenti tra i due piani di oscillazione.

Nell'evoluzione di un moto descrivibile mediante un'hamiltoniana indipendente dal tempo, questi piani rappresentativi equivalgono a piani delle fasi, e per essi è valido il teorema di Liouville che assicura la conservazione dell'area rappresentativa occupata.

Questa situazione è verificata quando il fascio viene portato dall'acceleratore lineare alla ciambella. L'ottica di iniezione ha il compito di modificare forma e dimensioni della regione rappresentativa occupata dal fascio alla uscita dell'iniettore (emittanza), portandola a sovrapporsi nel modo migliore alla regione di spazio rappresentativo che la macchina può accettare (accettanza)^(x).

Consideriamo un solo piano rappresentativo; una macchina di assegnata struttura accetta, ad una ascissa curvilinea s , tutte le particelle descritte da spinori (y, y') , i cui punti rappresentativi sono contenuti nell'ellisse di accettanza:

$$(1) \quad W = \gamma(s) y^2 + 2\alpha(s) y y' + \beta(s) y'^2$$

dove $\alpha(s)$, $\beta(s)$, $\gamma(s)$ sono gli elementi della matrice J di macchina, in accordo con le notazioni di E.D. Courant⁽²⁾, e W è una costante (accettanza), proporzionale all'area dell'ellisse e legata alla massima ampiezza di betatrone $y_{\max} = \sqrt{\beta W}$, cioè alla dimensione della ciambella.

(x) - Con i nomi di accettanza e di emittanza si definiscono più propriamente i valori numerici delle aree rappresentative, supposte ellittiche, divise per π .

Poichè la (1) è invariante lungo tutta la macchina, in un generico punto s_1 la dimensione della ciambella dovrà essere

$$(2) \quad y_{1 \max} = y_{\max} \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta}}$$

Fissiamo l'attenzione sul piano radiale: l'orbita di iniezione non può coincidere con l'orbita di equilibrio, ma deve trovarsi ad una distanza di alcuni centimetri, distanza che viene scelta con il criterio di ridurre l'interazione delle particelle circolanti con il campo magnetico del deflettore: è quindi necessario che sia grande la dimensione radiale della ciambella nel punto di iniezione. Per ridurre, o comunque non aumentare, le dimensioni della ciambella negli altri punti della macchina, come si vede dalla (2), è conveniente scegliere il punto di iniezione nel punto di massimo assoluto di β nel piano radiale.

Il deflettore occupa una delle sezioni diritte della macchina e le particelle iniettate vengono catturate dal campo guida all'inizio del magnete contiguo alla sezione diritta: questo punto viene considerato a tutti gli effetti come punto di iniezione.

Da queste considerazioni segue che conviene prendere in esame quelle strutture di macchina che presentano il massimo assoluto di β radiale in uno dei punti estremi della sezione diritta di ciascun elemento periodico. E' da notare che se l'elemento periodico è simmetrico, si rendono simmetriche le condizioni di iniezione dei due fasci di elettroni e di positroni, che sono iniettati in direzione opposta in due diverse sezioni diritte. La situazione di β massimo all'estremo di una sezione diritta si ottiene in generale quando gli elementi foceggianti sono adiacenti alla sezione diritta: per le tre macchine a funzioni separate questa condizione è soddisfatta, e il β_R all'estremo della sezione diritta è mol-

to vicino al massimo assoluto.

Esame quantitativo delle strutture a funzioni separate

Poichè la condizione di smorzamento è automaticamente soddisfatta, essa non impone alcun vincolo, nè sulle lunghezze dei magneti e dei quadrupoli, nè sui loro gradienti.

La lunghezza del magnete curvo B è fissata dalla condizione 1), una volta assegnato il raggio di curvatura, ovvero l'intensità del campo guida.

Con un raggio di curvatura di 2,5 m la lunghezza totale curva in un elemento periodico è di 1,96 m.

La lunghezza complessiva di una sezione diritta 0 è stata scelta di 2 m come in tutte le macchine precedentemente esaminate.

Restano pertanto come parametri i gradienti G dei quadrupoli, - ovvero le grandezze $K = G/B\varrho$, G in gauss/m, K in m^{-2} , $B\varrho$ in gauss/x m, dove $B\varrho$ è la rigidità magnetica delle particelle circolanti, - e le lunghezze dei quadrupoli, cui peraltro si è imposto un limite inferiore di 40 cm. Per particelle di 750 MeV si ha semplicemente G (gauss/cm) = $250 K$ (m^{-2}).

Si possono costruire diagrammi ν_R, ν_V in funzione di K_F con $K_D = \text{cost}$, e da questi ottenere le curve di livello di ν_R e di ν_V nel piano $K_F - K_D$. Queste curve mostrano come sia possibile ottenere praticamente ogni coppia di valori di ν_R e di ν_V , con valori ragionevoli dei K.

Osservando che il magnete B a foccheggio debòle ha un comportamento ottico non molto dissimile da quello di una sezione diritta, sia per le oscillazioni radiali, sia per quelle verticali, appare chiaro che una struttura di tipo A), con lunghezze dei quadrupoli tutte eguali tra loro e lunghezze $l_B \approx l_D$, si deve comportare in modo pressocchè simmetrico per i due tipi di oscillazioni: o, in altre parole, che si devono ottenere valori uguali per le frequenze di betatrone ra-

diale e verticale, in corrispondenza a valori uguali dei moduli dei K .

I primi tentativi di ricerca parametrica sono stati fatti con lunghezze uguali di tutti i quadrupoli, focheggianti e defocheggianti, in un secondo tempo sono state variate di poco le lunghezze per avvicinarsi di più alle condizioni simmetriche.

Il confronto tra le strutture si basa sull'esame delle famiglie di curve $\nu = \text{cost}$, e sugli andamenti delle funzioni $\beta(s)^{(x)}$ a parità di lunghezze dei singoli settori.

Fissando l'attenzione sui valori $\nu_R, \nu_V = 2,25$, che è un valore abbastanza buono sia per l'iniezione sia per la carica spaziale, si vedono facilmente i vantaggi offerti dalla struttura tipo B): per una struttura B) con lunghezza dei quadrupoli di 50 cm, queste frequenze si ottengono con valori dei K dell'ordine di $0,6 \text{ m}^{-2}$, mentre per le macchine di tipo A) e C) sono necessari dei K dell'ordine di $1 - 1,2 \text{ m}^{-2}$.

Riducendo le lunghezze dei quadrupoli si osserva che, per tutte le strutture, è necessario aumentare i gradienti; per lunghezze dei quadrupoli di 40 cm, si ottengono valori dei ν intorno a 2,25 in corrispondenza a $K \sim 1 \text{ m}^{-2}$ per la macchina B) e $K \sim 1,5 \text{ m}^{-2}$ per le macchine A) e C).

La diminuzione delle lunghezze produce inoltre un aumento della pendenza delle curve di livello $\nu_V = \text{cost}$, una diminuzione della pendenza delle $\nu_R = \text{cost}$, e infine un aumento della distanza relativa delle curve della stessa famiglia.

Per la struttura B) le due famiglie di curve di livello formano un angolo vicino a 90° , pertanto la dipendenza di ν_R da K_D e di ν_V da K_F è debole, ma aumenta se viene

(x) - $[\beta(s)]^{1/2}$ è proporzionale all'inviluppo delle oscillazioni di betatrone.

diminuita la lunghezza dei quadrupoli.

Le famiglie di curve $\nu_R, \nu_V = \text{cost}$ sono riportate nelle figg. 1-10.

Nella fig. 11 è mostrato invece l'andamento di $\beta(s)$, radiale e verticale, per le tre strutture A), B), C), con lunghezze dei quadrupoli di 50 cm, in corrispondenza a frequenze di betatrone entrambe vicine a 2,25. $\beta(s)$ è espresso in metri, in ascisse è riportata l'ascissa curvilinea s , pure in metri, con l'origine nel punto centrale della sezione diritta. Poichè β è simmetrico rispetto al centro della sezione diritta, è stato graficato soltanto in un semielemento periodico.

Per le tre strutture il massimo assoluto di β radiale cade nel quadrupolo foccheggiante, in un punto che per la struttura A) e B) è praticamente il punto di iniezione; per la struttura C) il punto di iniezione è all'inizio del magnete curvo, tuttavia nel tratto curvo la derivata di β radiale è abbastanza piccola, cosicchè la variazione della dimensione radiale della ciambella, passando dal punto di iniezione al punto di β_R massimo non supera il 6%.

Il β verticale presenta un massimo particolarmente accentuato per la struttura B). Un termine utile per il confronto è il fattore di forma verticale $F_V = \frac{\beta_{\text{max}V} \cdot R}{\nu_V}$ dove R è il raggio medio. Mentre i fattori di forma radiali, per tutte le strutture esaminate, sono sempre compresi tra 1 e 2, i fattori di forma verticali sono in ogni caso maggiori e aumentano al diminuire delle lunghezze dei quadrupoli. Per le strutture di tipo B) i fattori di forma verticali sono i meno soddisfacenti, e questo significa che il rapporto tra le dimensioni verticali massima e nel punto di iniezione è grande. Questo fatto non è però grave, perchè, come è già stato detto, abbiamo interesse ad iniettare un fascio di dimensioni verticali il più possibile piccole, per ridurre l'intensità

del campo disperso del deflettore sull'orbita di equilibrio.

Sono state calcolate anche le funzioni $\psi(s)$, cioè gli spostamenti dell'orbita chiusa di equilibrio in corrispondenza a una variazione dell'1% dell'energia. Le $\psi(s)$ variano poco da struttura a struttura, e il massimo scostamento è di ~ 2 cm. Il 'momentum compaction' α si mantiene tra i valori 0,12-0,20: ricordiamo che α è definito come rapporto tra l'allungamento relativo dell'orbita chiusa e la variazione relativa di momento che lo ha provocato:

$$\alpha = \frac{\Delta C / C}{\Delta p / p}$$

Le considerazioni sui valori dei gradienti ci orientano sulla scelta di una struttura di tipo B), con lunghezze dei quadrupoli

$$L_{QF} = 40 \text{ cm} \quad L_{QD} = 34 \text{ cm} \quad (\text{figg. 10 e 12})$$

Nella seguente Tabella riportiamo le caratteristiche essenziali di tutte le strutture a funzioni separate, cioè:

- il raggio medio R in metri;
- le lunghezze in cm dei quadrupoli focheggianti e defocheggianti L_{QF} e L_{QD} ;
- i valori dei K , in m^{-2} , che danno luogo a frequenze di betatrone $\sim 2,25$;
- le frequenze di betatrone ν_V e ν_R ;
- i valori, nel punto di iniezione, dei β radiale e verticale (in metri) e delle loro derivate rispetto all'ascissa curvilinea;
- i fattori di forma radiali e verticali, massimi e minimi:
 $\frac{\beta_{max} \cdot R}{\nu}$ e $\frac{\beta_{min} \cdot R}{\nu}$;
- il 'momentum compaction' α ;
- i valori massimo e minimo della funzione $\psi(s)$, in cm;
- le costanti di damping, in msec, in corrispondenza della energia massima, $E_{max} = 750 \text{ MeV}$.

| Struttura | A | A | A | B | B | B | B | B | B | B | C | C |
|---------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ξ (m) | 2.5 | 2.0 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 |
| R (m) | 8.6 | 8.1 | 8.1 | 8.6 | 8.25 | 8.1 | 7.5 | 7.22 | 7.95 | 8.6 | 8.1 | 8.1 |
| L_B (m) | 0.98 | 0.785 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| L_{O_1} (m) | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.15 | 0.20 | 0.15 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.20 |
| L_{QF} (m) | 0.50 | 0.50 | 0.40 | 0.50 | 0.50 | 0.50 | 0.30 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.40 |
| L_{QD} (m) | 0.50 | 0.50 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.40 | 0.27 | 0.27 | 0.34 | 0.50 | 0.40 | 0.40 |
| K_F (m ⁻²) | 1.0 | 0.96 | 1.46 | 0.58 | 0.60 | 0.59 | 1.12 | 1.12 | 0.8 | 1.03 | 1.46 | 1.46 |
| K_D (m ⁻²) | -0.94 | -0.87 | -1.40 | -0.50 | -0.65 | -0.63 | -1.07 | -1.07 | -0.80 | -0.97 | -1.37 | -1.37 |
| v_R | 2.25 | 2.23 | 2.30 | 2.28 | 2.25 | 2.16 | 2.25 | 2.16 | 2.28 | 2.25 | 2.26 | 2.26 |
| v_W | 2.26 | 2.23 | 2.37 | 2.25 | 2.30 | 2.10 | 2.29 | 2.15 | 2.26 | 2.20 | 2.25 | 2.25 |
| β_R (m) | 6.11 | 5.30 | 5.81 | 6.03 | 5.78 | 5.50 | 5.17 | 4.96 | 5.45 | 4.17 | 3.74 | 3.74 |
| β'_R | 0.33 | 0.39 | 0.35 | 0.34 | 0.35 | 0.37 | 0.40 | 0.42 | 0.38 | 0.51 | 0.58 | 0.58 |
| F_{RMAX} | 1.60 | 1.46 | 1.66 | 1.61 | 1.60 | 1.48 | 1.55 | 1.48 | 1.56 | 1.20 | 1.22 | 1.22 |
| F_{Rmin} | 0.695 | 0.74 | 0.675 | 0.49 | 0.51 | 0.535 | 0.49 | 0.545 | 0.50 | 0.61 | 0.65 | 0.65 |
| β_W (m) | 2.60 | 2.56 | 2.40 | 2.60 | 2.49 | 2.74 | 2.37 | 2.49 | 2.46 | 3.17 | 2.95 | 2.95 |
| β'_W | 0.93 | 0.96 | 1.07 | 0.93 | 1.00 | 0.86 | 1.09 | 1.00 | 1.02 | 0.71 | 0.78 | 0.78 |
| F_{VMAX} | 1.96 | 2.08 | 1.99 | 2.83 | 3.10 | 2.60 | 3.09 | 2.80 | 3.00 | 2.40 | 2.48 | 2.48 |
| F_{Vmin} | 0.57 | 0.58 | 0.586 | 0.565 | 0.565 | 0.605 | 0.56 | 0.60 | 0.53 | 0.72 | 0.715 | 0.715 |
| α | 0.125 | 0.13 | 0.13 | 0.179 | 0.178 | 0.192 | 0.177 | 0.178 | 0.173 | 0.208 | 0.206 | 0.206 |
| γ_{max} (cm) | 1.98 | 1.86 | 1.76 | 2.05 | 2.00 | 2.04 | 1.78 | 1.72 | 1.85 | 1.93 | 1.82 | 1.82 |
| γ_{min} (cm) | 1.02 | 1.02 | 0.88 | 1.21 | 1.17 | 1.25 | 1.03 | 1.01 | 1.07 | 1.47 | 1.24 | 1.24 |
| $\tau_R = \tau_V = 2\tau_S$ (msec) | 24.4 | 18.3 | 20.0 | 24.2 | 24.0 | 22.8 | 21.2 | 20.5 | 22.4 | 24.2 | 22.8 | 22.8 |

Il raggio di curvatura dei magneti a focchiamento debole è stato scelto di 2,5 m, e corrisponde a un campo magnetico di 10000 gauss a 750 MeV.

Sono riportati anche i risultati di un calcolo per una struttura A) con raggio di curvatura di 2 m, che corrisponde a un campo di guida massimo di 12500 gauss.

Tutti i calcoli sono stati eseguiti introducendo negli schemi già esposti quattro sezioni diritte 0' di 20 cm ciascuna, tra un elemento e l'altro per tener conto dell'ingombro geometrico delle bobine dei quadrupoli e dei magneti. In una struttura di tipo B) sono state introdotte sezioni 0' di 15 cm.

Bibliografia

- (1) - C. Pellegrini: Suppl. Nuovo Cimento 22, 603 (1961)
- (2) - E.D.Courant, H.S. Snyder: The theory of the alternating-gradient synchrotron - Ann. of Phys. 3, 1 (1958)

STRUTTURA A - $L_Q = 50\text{cm}$; $L_B = 1.96\text{m}$; $n = 0.5$

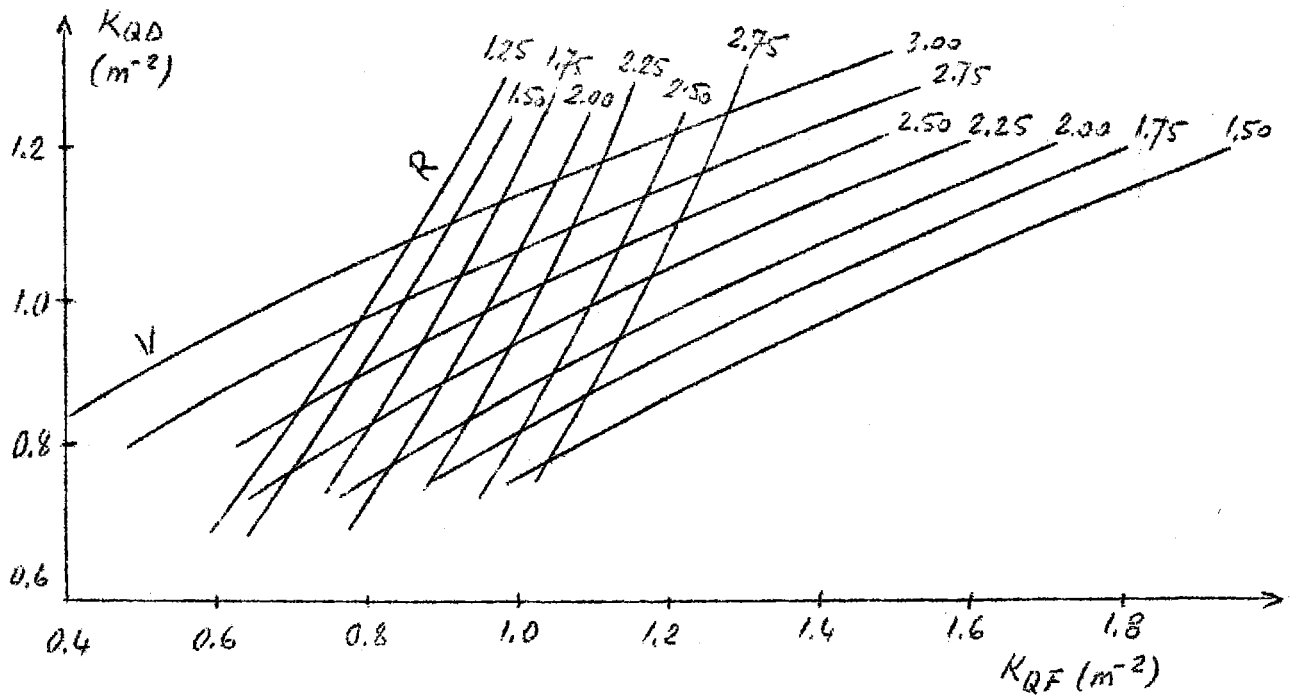


FIG. 1

STRUTTURA A - $L_Q = 40\text{cm}$; $L_B = 1.96\text{m}$; $n = 0.5$

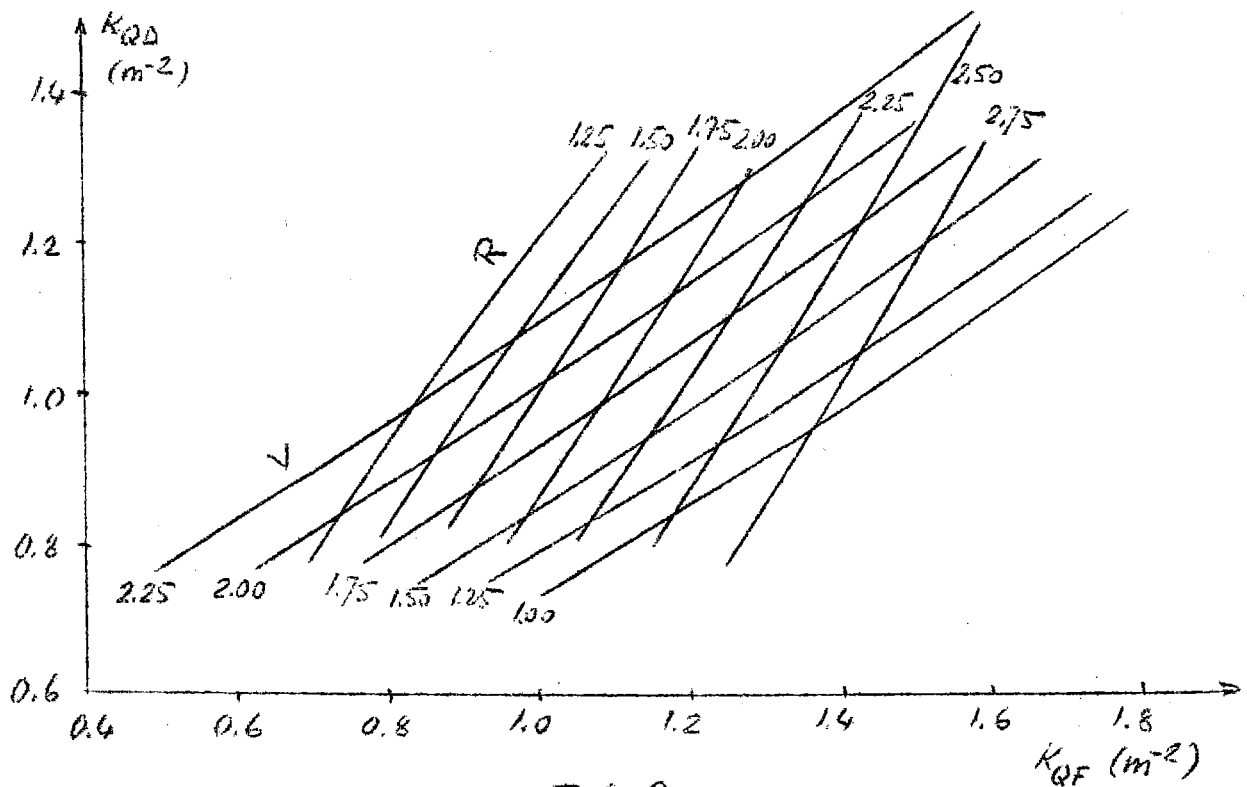


FIG. 2

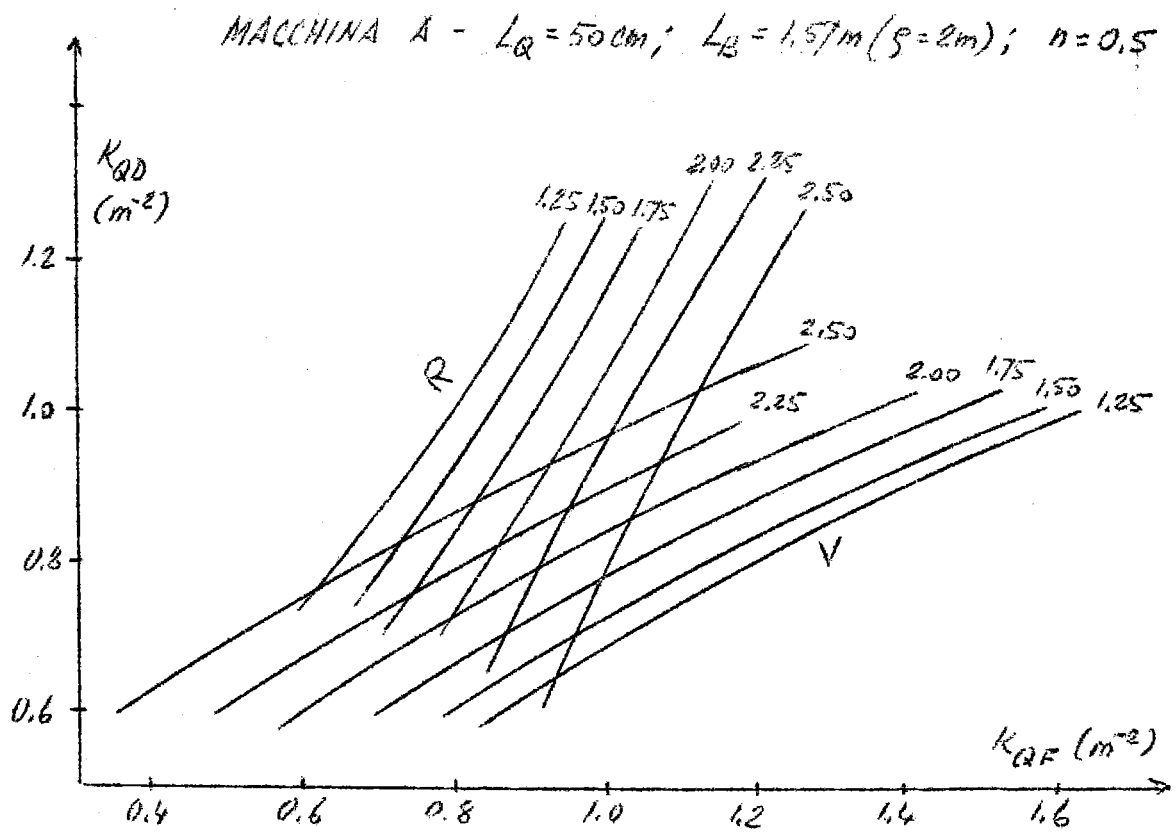


FIG. 3

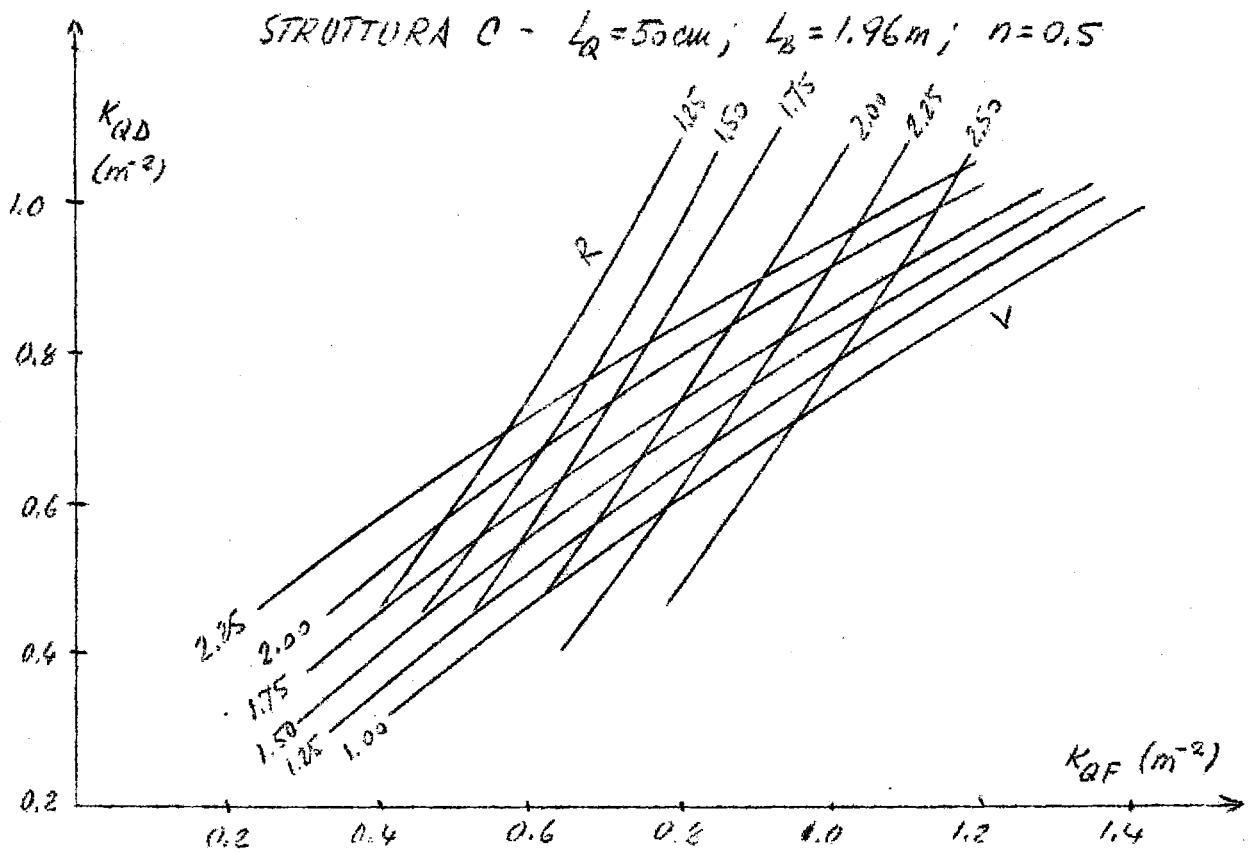


FIG. 4

STRUTTURA C - $L_{QF} = 40 \text{ cm}$; $2L_{QD} = 80 \text{ cm}$; $L_B = 1.96 \text{ m}$; $n = 0.5$

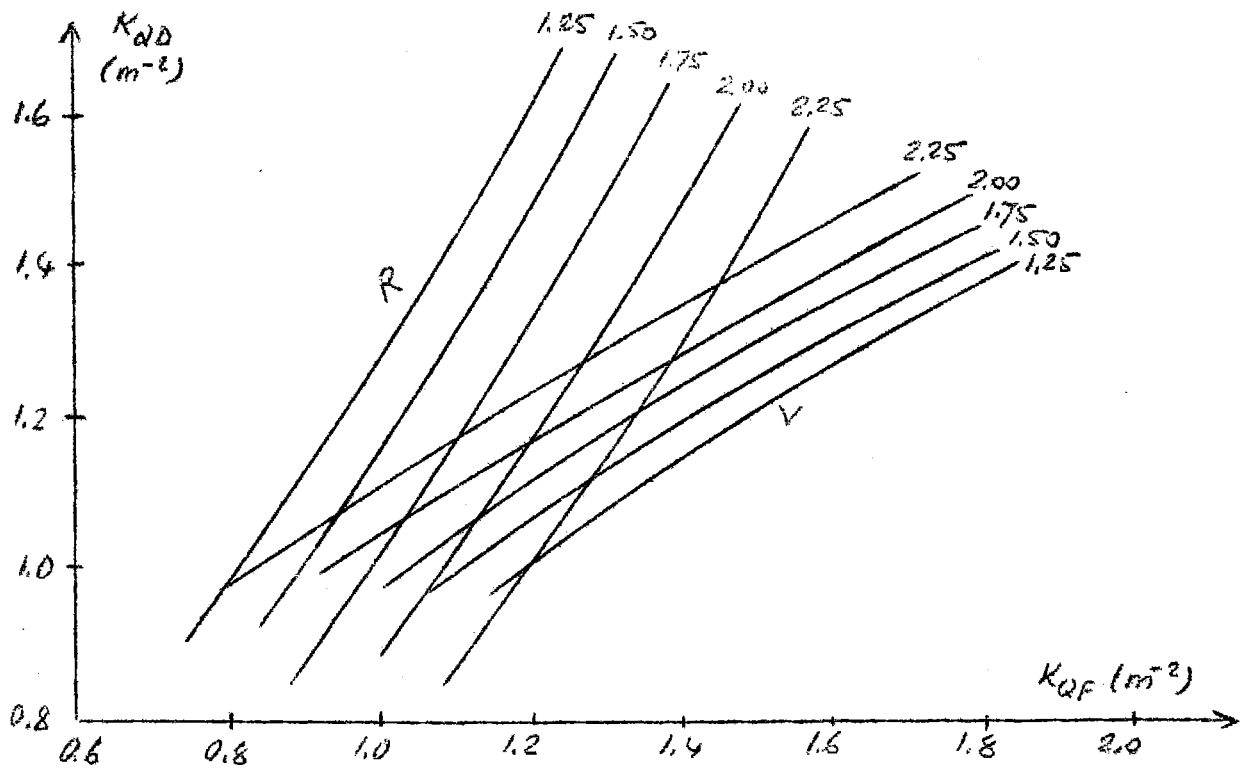


FIG. 5

STRUTTURA B - $L_{QF} = L_{QD} = 50 \text{ cm}$; $L_B = 1.96 \text{ m}$; $n = 0.5$

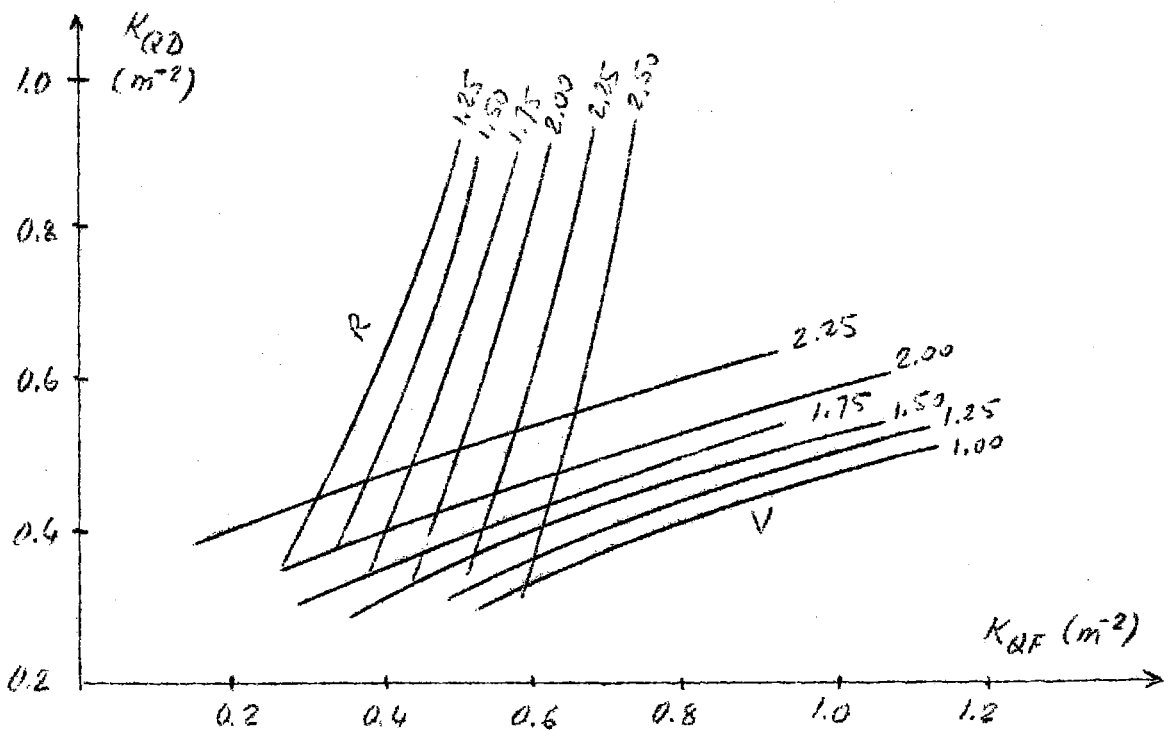


FIG. 6

MACCHINA TIPO B - $L_{QF} = 30\text{cm}$; $2L_{QD} = 54\text{cm}$; $L_B = 1.96\text{m}$; $n = 0.5$

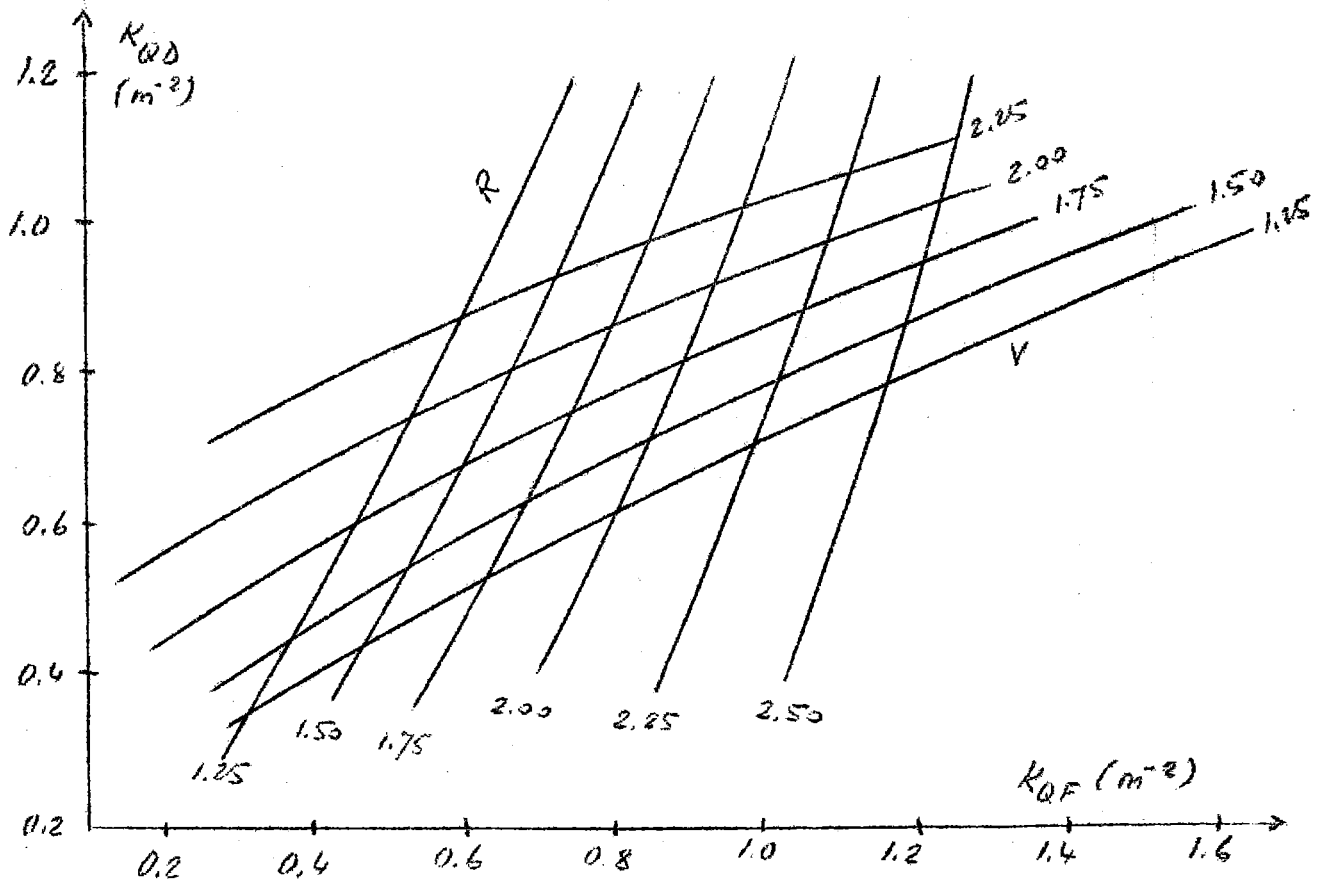


FIG. 7

MACCHINA TIPO B - $L_{QF} = 30\text{cm}$; $2L_{QD} = 60\text{cm}$; $L_B = 1.96\text{m}$; $n = 0.5$

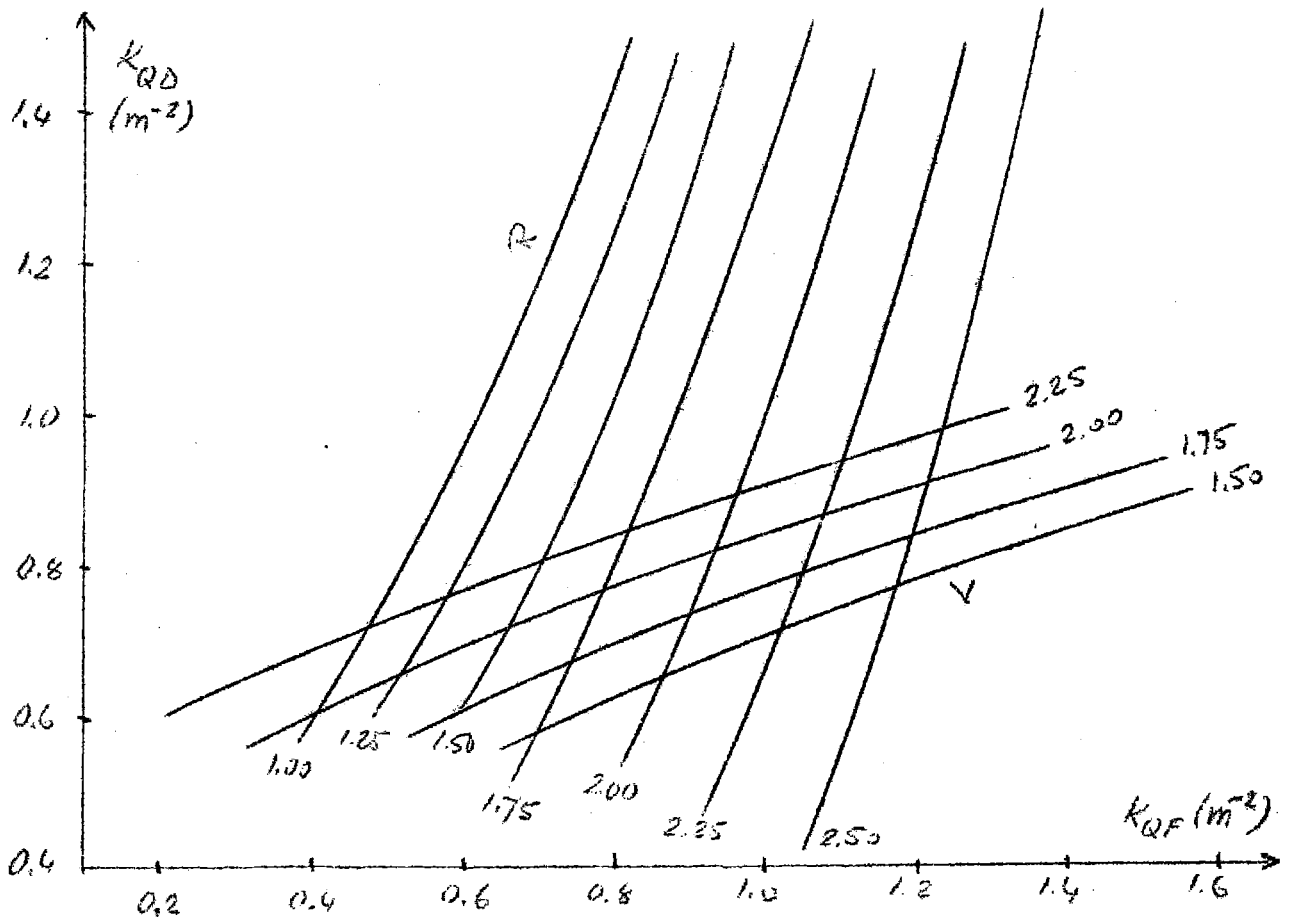


FIG. 8

MACCHINA TIPO B - $L_{RF} = 50\text{cm}$; $2L_{RD} = 80\text{cm}$; $l_B = 1.96\text{m}$; $n = 0.5$

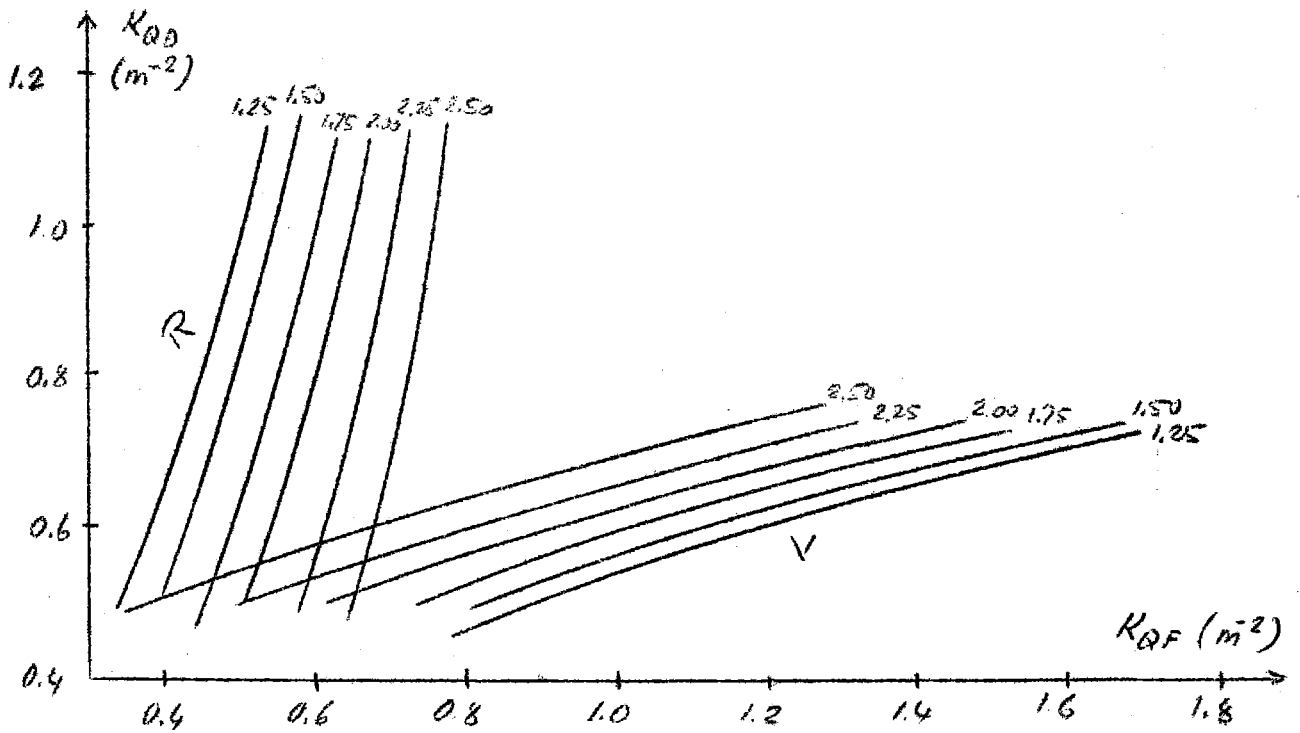


FIG. 9

MACCHINA TIPO B - $L_{RF} = 40\text{cm}$; $2L_{RD} = 68\text{cm}$; $n = 0.5$; $\beta = 2.5$

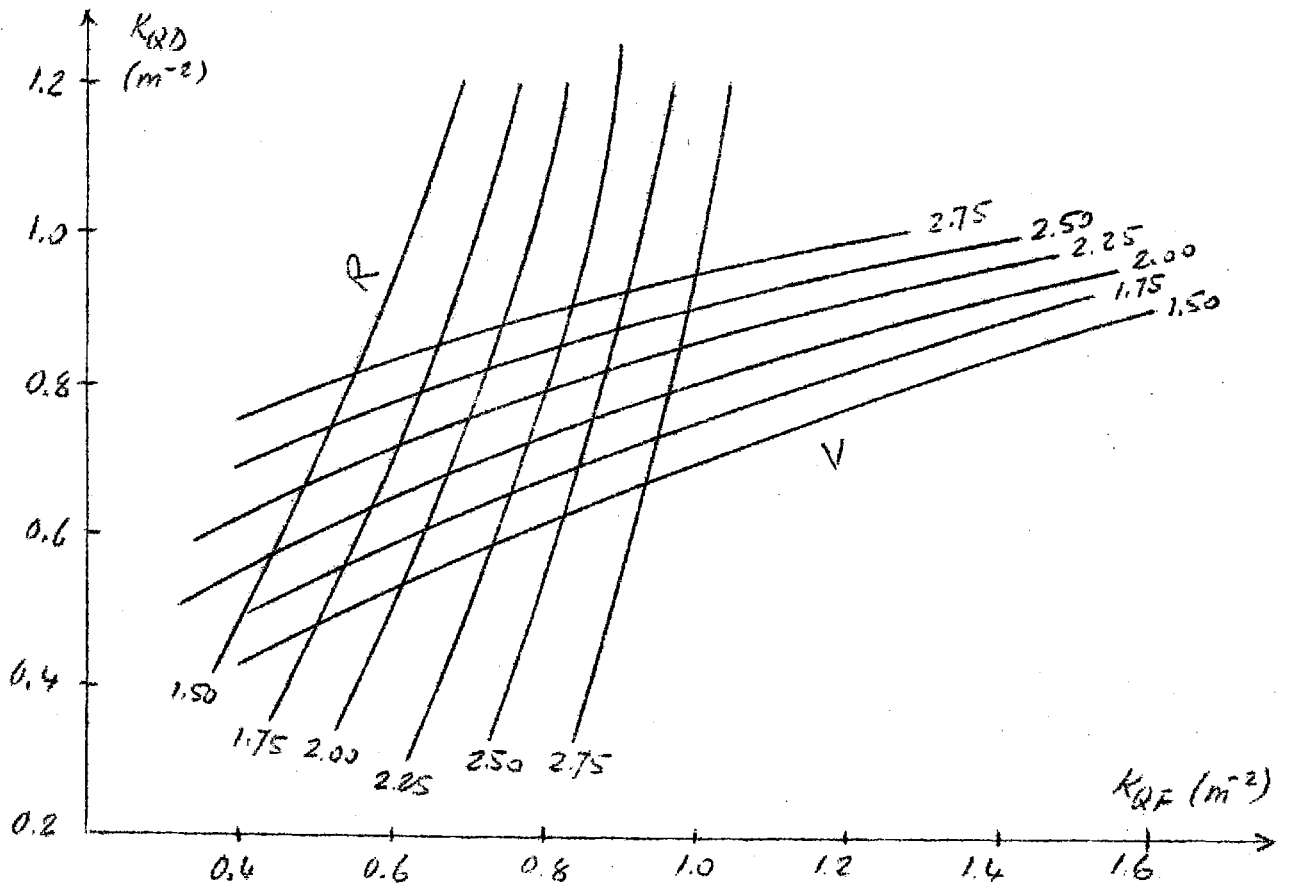


FIG. 10

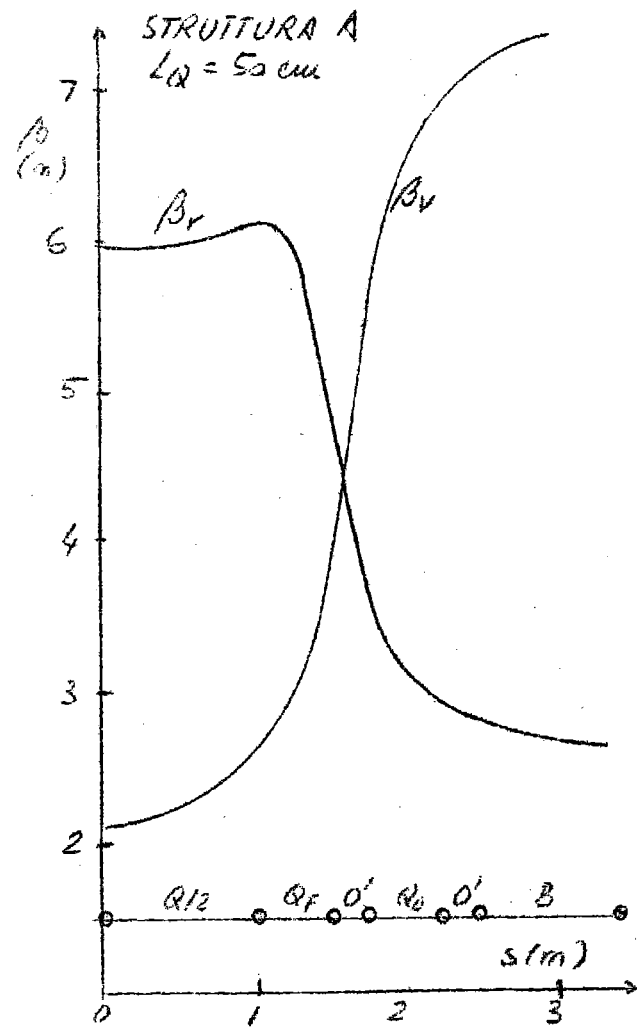
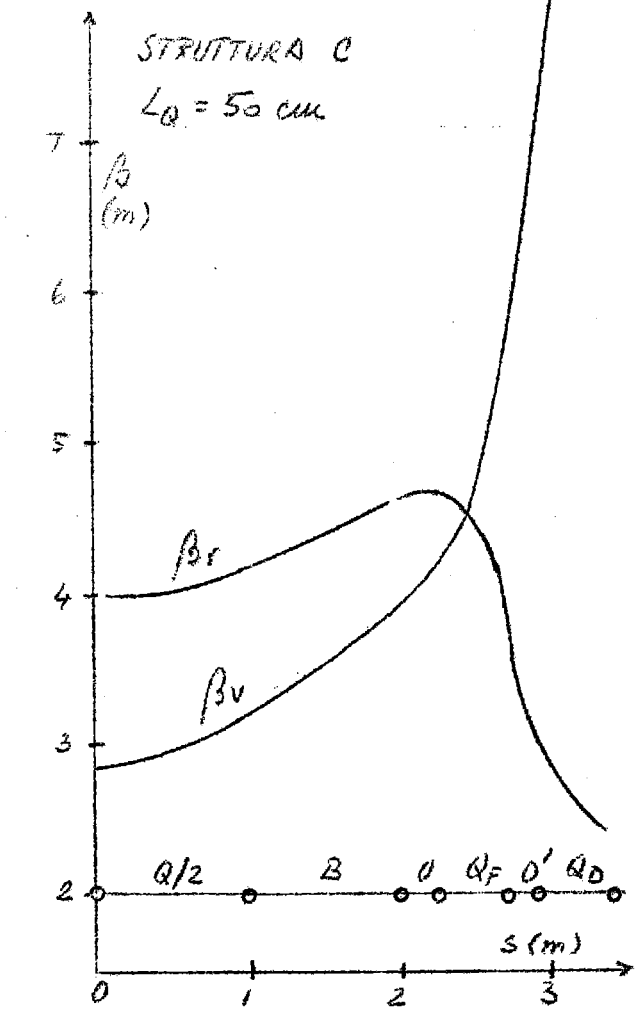
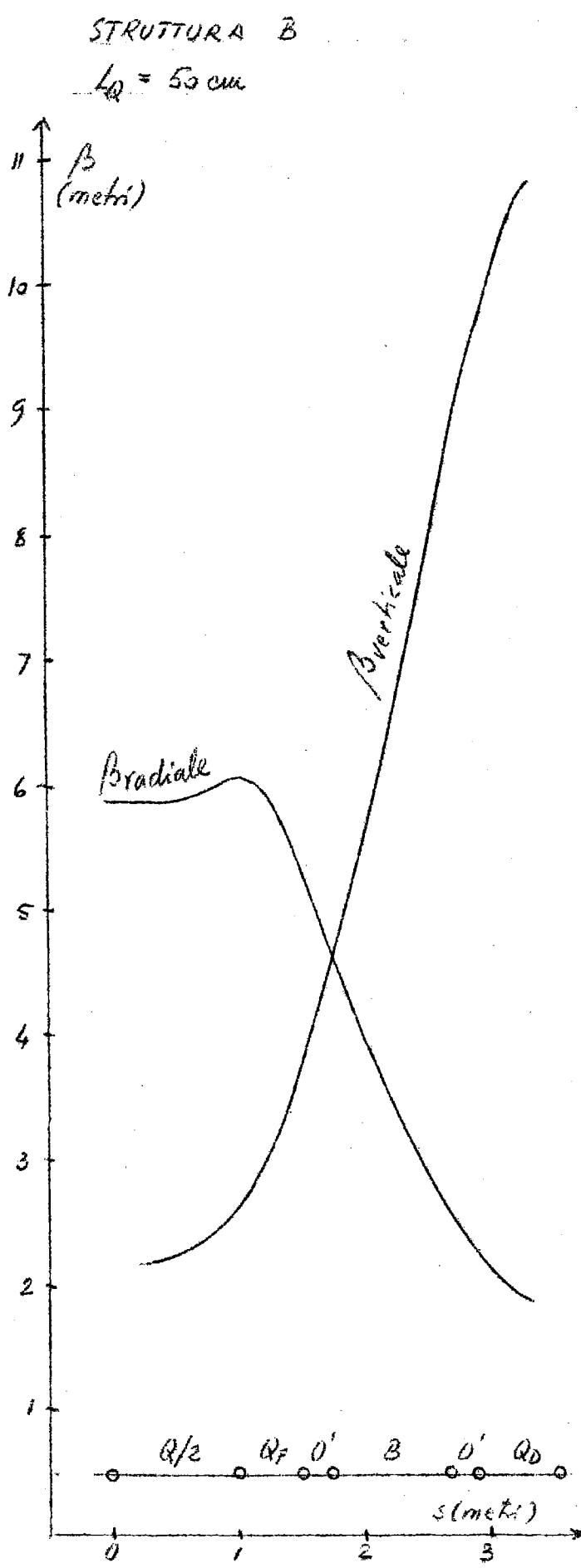


FIG. 11

MACCHINA B - $L_{QF} = 40 \text{ cm}$; $2L_{QD} = 68 \text{ cm}$;
 $n = 0.5$; $L_B = 98 \text{ cm}$; $\beta = 2.5 \text{ m}$

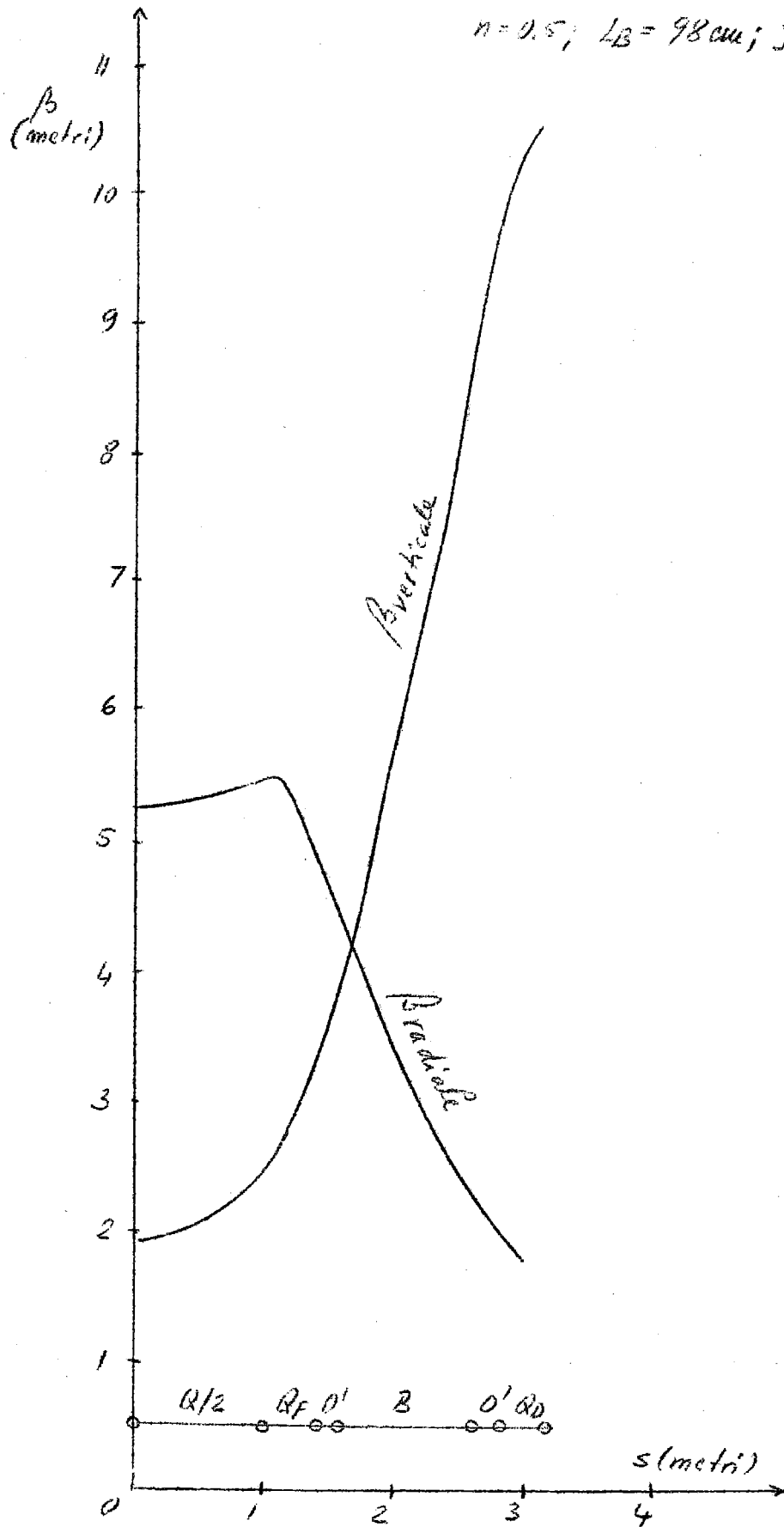


FIG. 12